

## CMG40T 地震計の傾斜応答に関する簡易試験

青山 裕\*

(2007年8月14日受付, 2008年1月8日受理)

## Simplified test on tilt response of CMG40T seismometers

Hiroshi AOYAMA\*

Deformation under the ground excites not only translational motion but also tilt changes, although seismologists usually analyze recorded waveforms under an assumption that seismogram only expresses translational motion. Since broadband seismometers have high enough sensitivity to tilt changes, the seismograms are sometimes contaminated by tilting motion at a seismic station. To check the effect of tilt change on seismogram recorded by a broadband velocity seismometer, we performed a simple experiment with a CMG40T seismometer and a tilt sensor of surface mount type. Tilt changes yield one-sided oscillation of the pendulums in a horizontal transducer. Such particular oscillation is clearly identified in the displacement trace calculated from the original velocity seismogram. Theoretical consideration predicts that slow temporal changes in tilt angle correlate with a time function of the apparent displacement of seismogram. Since results of our experiment well agree with the prediction, we estimate the conversion coefficient from the apparent displacement to tilt angle and confirm that the coefficient obtained experimentally well corresponds with the value from theoretical prediction. As a possible example in an active volcano, we consider slow isotropic volume change near a seismic station and calculate synthetic seismogram due to the volume change.

**Key words:** broadband seismometer, tilt response

## 1. はじめに

現在普及している地震計の多くは、バネと重りを使った振り子型地震計である。バネと重りの組み合わせ方によって、上下方向の地動について高い感度を持つ上下動地震計、水平方向の地動について高い感度を持つ水平動地震計に区分される。いわゆる地震計は並進運動をとらえることを前提としており、地震学的な観測研究においても、地震計でとらえられた記録は基本的に並進運動であるという仮定のもとに解析される。Bouchon and Aki (1982)の研究は、この仮定を定量的に保証した研究の1つである。彼らは地震によって励起される地震波のひずみ成分や回転成分の理論計算を行い、回転運動が地表の構造物に与える影響は並進運動による影響に比べて小さいと結論づけた。しかしながら、振り子型の地震計が回転運動の中でも特に傾斜変化に対して感度を持つことは古くから知られており、振り子の運動方程式に基づいて

地震計の出力を検討する研究がこれまでも行われてきた。Rodgers (1968)による研究は地震計の傾斜応答に関する先駆的な理論的考察の1つである。Rodgers (1968)は表面波や傾斜変動、地球の自由振動による並進成分以外の運動が地震計でとらえられる記録に及ぼす影響を検討した。最近では、特に強震動地震学の分野において、震源近傍の加速度型地震計でとらえられた地震波データに含まれる傾斜変動成分について、定量的に補正する方法が検討されている(例えば、Boroschek and Legrand, 2006; Graizer, 2006)。

地震波や地殻変動の回転成分に対する地震計の周波数応答を調べるには、回転運動を高精度で制御できる振動台を利用することが望ましい。最近ではBoroschek and Legrand (2006)が6自由度の振動台を用いて加速度計の応答試験を行い、傾斜変動が地震波形に及ぼす効果、特に積分演算で得られる変位波形に与える影響を検討した。

\* 〒060-0810 北海道札幌市北区北10条西8丁目  
北海道大学大学院理学研究院附属地震火山研究観測  
センター

Institute of Seismology and Volcanology, Graduate  
School of Science, Hokkaido University, N10W8, Kita-

ku, Sapporo, Hokkaido 060-0810, Japan.

Corresponding author: Hiroshi Aoyama  
e-mail: aoyama@uvo.sci.hokudai.ac.jp

また Graizer (1979, 1989, 1991, 2006) も振動台を用いた加速度計の応答試験を数多く行い、並進成分以外の運動が地震記録に及ぼす影響を検討している。彼による一連の研究の中で、傾斜成分の抽出方法や傾斜変動で汚染された加速度記録から並進成分を取り出すための補正方法に関しての提案なども行われている。

近年は遠地大地震の記録を主目的とした広域の広帯域地震観測網だけではなく、火山活動に関連した長周期イベントをとらえる目的で活動的な火山の周辺に設置される速度型広帯域地震計の数が非常に増えた。火山近傍ではマグマや熱水といった地殻内流体の物質移動に伴って、顕著な地殻変動が生じることがある。場合によっては、地震や火山性微動の発生に重なって傾斜変動が生じ、地震波形データに傾斜変動の影響が重畳してしまうことも考えられる。傾斜変動で汚染された地震波形記録を正しく解釈することは、火山活動を地震学の立場から議論する上で常に留意しなければならない問題といえよう。

本論文の目的は、速度型の広帯域地震計が傾斜変動を受けた場合に、地震波形が受ける影響について定量的(実験的)に見積もることである。先に述べたように、加速度型地震計に関しては過去に様々な研究が行われ、傾斜成分の除去や抽出などについての方法が提案されてきた。その一方で、速度型広帯域地震計の傾斜応答についての研究はさほど多くない。速度型広帯域地震計でとらえられた記録を傾斜変動と解釈した先駆的な試みとして、Wielandt and Forbriger (1999) がストロンボリ火山で行った観測研究がある。震源近傍では並進運動と傾斜変動が同じ時間関数となることから、彼らは鉛直成分の変位波形を用いて水平成分記録から傾斜変動成分を分離する方法を提案した。彼らの方法は地震計の特性に左右されないという利点はあるが、変動源と観測点の幾何学的関係によっては鉛直成分が観測されない、地震計の周波数帯域を超えた低周波の変動に対しても適用できるか必ずしも自明でないといった欠点がある。また、Wiens *et al.* (2005) は超長周期イベントの特異な水平成分記録について、水平成分の加速度波形を重力加速度で割り算し傾斜変動の時間関数を求めているが、地震計の観測周波数帯域と観測された信号の卓越周波数を考えると手法そのものに問題がありそうである。その他 Aster *et al.* (2003) や Chouet *et al.* (2003) は並進運動と傾斜変動の理論波形計算を行い、傾斜変動が波形やモーメントテンソルインバージョンの解に与える影響を簡単に評価したが、地震計の傾斜応答に関しては全く考慮していない。地震計の傾斜応答は、地震計を製作する側にとってみれば非常に基本的な問題であろうが、地震計を使う側の人間が地震計の応答特性を振り返る機会は少ない。本論文で示し

た簡易試験を行うことにより、広帯域地震計で得られる速度波形記録に対する傾斜変動の効果を見積もることが可能であり、また逆に、地震記録から傾斜変動量を見積もることも可能である。従って、傾斜計が設置されておらず地震計による観測データしか得られない場合であっても、傾斜変動量を推定し、火山活動の解釈や理解に向けて複数種類のデータによる従来よりも一歩進んだ議論ができるものと期待される。

本論文では、従来から火山観測に用いられている機械式地震計と電磁式地震計の応答について簡単に振り返ったあと、傾斜変動と地震計出力との対応関係について述べ、最後に地下でゆっくりとした体積変化があった場合に予想される波形の計算例を示す。

## 2. 従来の地震計の応答関数

地球科学の分野で広く用いられている地震計は、適当な質量の重りをバネで支える機構を持ち、地動の入力に対して重りが不動点として振る舞う特性を利用している。地震計の動作原理については多くの教科書に記されている(例えば、Aki and Richards, 2002; Havskov and Alguacil, 2004) ので、ここでは機械式地震計(変位型地震計)と電磁式地震計(速度型地震計)の応答特性についてだけ簡単に振り返る。

地震計の応答特性は、入力信号と出力信号の比で表すことができる。この比は周波数の関数となり、周波数応答関数と呼ばれる。周波数応答関数は一般に(1)式のように表現される(Havskov and Alguacil, 2004)。

$$T(\omega) = A \frac{(i\omega - z_1)(i\omega - z_2)(i\omega - z_3)\cdots}{(i\omega - p_1)(i\omega - p_2)(i\omega - p_3)\cdots} = A \frac{\prod_{j=1,m} i\omega - z_j}{\prod_{k=1,n} i\omega - p_k} \quad (1)$$

ここで  $\omega$  は角周波数、 $i$  は虚数単位、 $A$  は正規化のための係数、 $z_j$  は分子の多項式の根、 $p_k$  は分母の多項式の根である。 $z_j$  と  $p_k$  はそれぞれ周波数応答関数の零点と極と呼ばれ、 $m, n$  はそれぞれ零点と極の数を表す。

機械式地震計の応答特性は入力地動に対する振子の相対変位で表される。地動の変位  $u(t)$  や振子の変位  $\xi(t)$  が角周波数  $\omega$  と複素振幅を用いて、

$$u = U(\omega)e^{i\omega t}$$

$$\xi = \Xi(\omega)e^{i\omega t}$$

のように表せるならば、地動変位(入力)と振子変位(出力)の関係は

$$X_d(\omega) = \frac{\Xi(\omega)}{U(\omega)} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2 + 2i\eta\omega_0\omega - \omega^2} \quad (2)$$

Table 1. Response properties of seismometers.

	$h \approx 1$		$h \gg 1$
	$\omega \gg \omega_0$	$\omega \ll \omega_0$	
Mechanical	Displacement seismometer	Acceleration seismometer	Velocity seismometer
Electro-magnetic	Velocity seismometer	Acceleration rate seismometer	Acceleration seismometer

と表される。ここで、 $\omega_0$ は振子の固有周波数、 $h$ は減衰定数である。この関数によって、地震計の応答は全周波数帯域について完全に記述される。(2)式の関数 $X_d(\omega)$ は変位周波数応答関数とよばれ、地面の変位がインパルスのであった場合( $u(t)=\delta(t)$ )の地震計出力に相当する。同様に、地動速度や地動加速度に対する周波数応答関数を表すこともできる。機械式地震計の地動速度に対する応答関数は、(2)式の分母を $\dot{U}(\omega)=i\omega U(\omega)$ と置き換えれば良く、

$$X_v(\omega) = \frac{\Xi(\omega)}{\dot{U}(\omega)} = \frac{\Xi(\omega)}{i\omega U(\omega)} = \frac{-i\omega}{\omega_0^2 + 2ih\omega_0\omega - \omega^2} \quad (3)$$

となるし、同様に地動加速度に対する応答関数は、

$$X_a(\omega) = \frac{\Xi(\omega)}{\ddot{U}(\omega)} = \frac{\Xi(\omega)}{-\omega^2 U(\omega)} = \frac{-1}{\omega_0^2 + 2ih\omega_0\omega - \omega^2} \quad (4)$$

となる。

電磁式地震計の周波数応答関数は、地動入力と電圧出力の比で表される。地震計の出力を測定する電圧計の入力インピーダンスが十分に大きいとすれば、変位周波数応答関数は

$$E_d(\omega) = G \frac{-i\omega^3}{\omega_0^2 + 2ih\omega_0\omega - \omega^2} \quad (5)$$

と表される。ここで $G$ は地震計回路の抵抗、コイル長さ、磁束密度から定められる定数である。地動速度に対する応答関数は、

$$E_v(\omega) = G \frac{-\omega^2}{\omega_0^2 + 2ih\omega_0\omega - \omega^2} \quad (6)$$

と表され、地動加速度に対する応答関数は、

$$E_a(\omega) = G \frac{i\omega}{\omega_0^2 + 2ih\omega_0\omega - \omega^2} \quad (7)$$

となる。

以上の応答特性を入力信号の周波数帯域と減衰定数にもとづいて分類すると、Table 1のようにまとめられる。

Table 2. Poles and zeros of CMG40T seismometer.

Poles(Hz)	Zeros(Hz)
$p_1 = -0.02356 + 0.02356i$	$z_1 = 0$
$p_2 = -0.02356 - 0.02356i$	$z_2 = 0$
$p_3 = -50$	$z_3 = 159$
Normalizing factor $A$ at 1Hz: $-0.314$	

### 3. CMG40T 地震計の応答関数

Güralp Systems Inc. 製の CMG40T 地震計は、交流型差動コンデンサーによる変位センサーを用いた広帯域地震計である。フォースバランス型のフィードバック回路を内蔵し、振子の固有周波数を 10 Hz から見かけ上 0.033 Hz (固有周期 30 秒: 基本仕様) まで下げることで、広い周波数帯域で地動速度に比例した電圧出力を得られるように工夫されている (例えば, Havskov and Alguacil, 2004; Usher *et al.*, 1979)。

CMG40T 地震計の地動速度に対する周波数応答関数には、3 個ずつの極と零点がある。これらは個々の地震計に添付される検定表により Table 2 のように与えられている。CMG40T 地震計の正規化された周波数応答関数は、これらの値を用いて

$$C_v(\omega) = A \frac{(i\omega - z_1)(i\omega - z_2)(i\omega - z_3)}{(i\omega - p_1)(i\omega - p_2)(i\omega - p_3)} \quad (8)$$

と表される。ここで $A$ は1Hzにおける周波数応答関数の振幅が1となるように補正するための係数である。(8)式で表される周波数応答関数の振幅特性はFig. 1のように図示される。見かけ上の振子の固有周波数である0.033 Hzに2つの極が存在し、この周波数を境に振幅特性グラフの傾きが変化する。 $f \gg 0.033$  Hzでは $|C_v(\omega)| = \text{const.}$ となり、 $f \ll 0.033$  Hzでは $|C_v(\omega)| \propto \omega^2$ となる。すなわち固有周波数よりも十分に高い周波数帯域では地動速度に比例した電圧出力が得られ、固有周波数よりも十分に低い周波数帯域では、地動の加加速度(躍度)に比例した電圧を出力することがわかる。

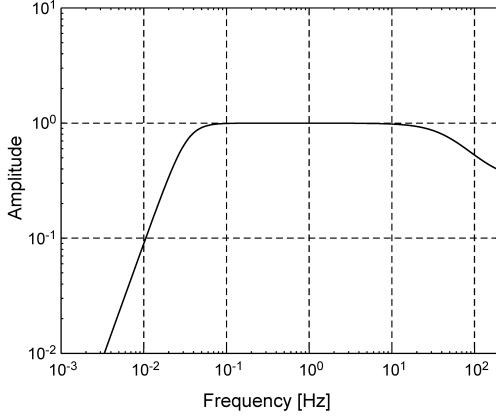


Fig. 1. Amplitude component of velocity response function of the CMG40T seismometer.

#### 4. 実際の振子を考えた運動方程式と傾斜の効果

これまでみてきた周波数応答関数は、地面の並進運動である地動変位、地動速度、地動加速度が入力された時の地震計の出力を表したものであった。しかしながら、はじめに述べたように地震計が振り子を用いているがゆえに、振り子の重りには並進運動以外の運動によって生じる加速度も外力として加わる可能性がある。以下では Rodgers (1968) と同様に、地震計出力は並進運動の効果と回転運動の効果の重ね合わせで表されるという立場から地震計の応答を考える。

Graizer (2006) に従って、Fig. 2 のような軸周りに回転する重りの系を振り子とする地震計を考える。並進運動による地面の変位を  $u_j(t)$ 、重りの運動を  $\xi_j(t)$  と表すと、この地震計の水平成分振り子の運動方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1 + 2\omega_1 h_1 \dot{\xi}_1 + \omega_1^2 \xi_1 &= -\ddot{u}_1 + g\Psi_2 - \ddot{\Psi}_3 l_1 + \ddot{u}_2 \theta_1 \\ \ddot{\xi}_2 + 2\omega_2 h_2 \dot{\xi}_2 + \omega_2^2 \xi_2 &= -\ddot{u}_2 + g\Psi_1 - \ddot{\Psi}_3 l_2 + \ddot{u}_1 \theta_2 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、左辺に現れる  $\omega_j$  は  $j$  軸方向振り子の固有角周波数、 $h_j$  は  $j$  軸方向振り子の減衰定数を表し、右辺に現れる  $g$  は鉛直下向きに働く重力加速度、 $\Psi_j$  は  $j$  軸周りの地面の傾斜角度、 $l_j$  は  $j$  軸方向振り子の腕の長さ、 $\theta_j$  は  $j$  軸方向振り子の回転角度を表す。(9) 式では地面の傾斜角度が  $\Psi_j \approx \sin\Psi_j$  と近似できる程度に小さいことを仮定している。この式の右辺に現れる外力の項は、並進運動(右辺第1項)、傾斜変動(右辺第2項)、角加速度(右辺第3項)、他軸励振(右辺第4項)によって生じる加速度を表している。

鉛直成分振り子については重りに対して常に重力加速度が働くので、

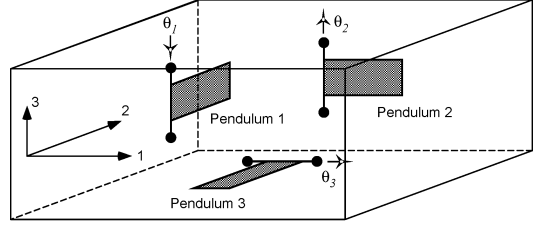


Fig. 2. Schematic of 3 component transducers in a seismic sensor.

$$\ddot{\xi}_3 + 2\omega_3 h_3 \dot{\xi}_3 + \omega_3^2 \xi_3 = -\ddot{u}_3 + g(1 - \cos\Psi_1) - \ddot{\Psi}_1 l_3 + \ddot{u}_2 \theta_3$$

と表されるが、(9) と同様に  $\Psi_j$  が小さい時には  $\cos\Psi_j \approx 1 - \Psi_j^2/2$  と近似できるので、

$$\ddot{\xi}_3 + 2\omega_3 h_3 \dot{\xi}_3 + \omega_3^2 \xi_3 = -\ddot{u}_3 + \frac{g\Psi_1^2}{2} - \ddot{\Psi}_1 l_3 + \ddot{u}_2 \theta_3 \quad (10)$$

となる。(9) 式と (10) 式を比べると、地面の傾斜変化は地震計の水平方向成分振り子により大きく現れることが分かる。

Graizer (1989) は複数の加速度地震計を用いて実験を行い、(9) 式の右辺第2項～第4項が出力に与える影響を検討した。その結果によれば、特に傾斜変動による効果が大きく、角加速度や他軸励振に比べておよそ10倍程度となる。角加速度と他軸励振の効果が並進運動と傾斜変動の効果に比べて十分小さく無視できる大きさであるとすれば、水平振り子の運動方程式は次のように簡単化される。

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1 + 2\omega_1 h_1 \dot{\xi}_1 + \omega_1^2 \xi_1 &= -\ddot{u}_1 + g\Psi_2 \\ \ddot{\xi}_2 + 2\omega_2 h_2 \dot{\xi}_2 + \omega_2^2 \xi_2 &= -\ddot{u}_2 + g\Psi_1 \end{aligned} \quad (11)$$

すなわち、地震計への入力が並進運動のみである場合には、

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1 + 2\omega_1 h_1 \dot{\xi}_1 + \omega_1^2 \xi_1 &= -\ddot{u}_1 \\ \ddot{\xi}_2 + 2\omega_2 h_2 \dot{\xi}_2 + \omega_2^2 \xi_2 &= -\ddot{u}_2 \end{aligned} \quad (12)$$

という運動方程式を考えれば良い。また、地震計への入力が振り子の腕に対して直交方向の傾斜変動(角度  $\Psi$ )のみである場合には、

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1 + 2\omega_1 h_1 \dot{\xi}_1 + \omega_1^2 \xi_1 &= g\Psi_2 \\ \ddot{\xi}_2 + 2\omega_2 h_2 \dot{\xi}_2 + \omega_2^2 \xi_2 &= g\Psi_1 \end{aligned} \quad (13)$$

という運動方程式を考えれば良いこととなる。図のような水平振り子では、傾斜変動が振り子の腕に対して直交方向でないと振り子自体の固有周期が変化してしまうが、ここでは振り子の固有周期変化については考慮しない。

ここで (13) 式と (12) 式を比較すると、角度  $\Psi$  の傾斜変動が生じるという現象は、関数  $\ddot{u}_j(t) = -g\Psi(t)$  で表

される加速度入力が水平振子に加えられた場合に相当することが分かる。簡単のために、入力が  $\ddot{u}(t) = g\Psi H(t)$  である場合の振子の運動方程式

$$\ddot{\xi} + 2\omega_0 h_0 \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = -g\Psi H(t) \quad (14)$$

を考える。この両辺を時間で 1 回微分すると

$$\dot{\xi} + 2\omega_0 h_0 \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = -g\Psi \delta(t)$$

となるので、このフーリエ変換から傾斜変動に対する周波数応答関数  $X_T(\omega)$  が

$$X_T(\omega) = \frac{-g\Psi}{i\omega(\omega_0^2 + 2i\omega_0 h_0 \omega - \omega^2)} \quad (15)$$

のように得られる。これは、(4) 式の加速度周波数応答関数  $X_a(\omega)$  を用いて、

$$X_T(\omega) = \frac{g\Psi}{i\omega} X_a(\omega) \quad (16)$$

と表すことができる。

同様の議論から、電磁式地震計の傾斜変化に対する周波数応答関数  $E_T(\omega)$  は、(6) 式と (7) 式より

$$E_T(\omega) = \frac{g\Psi}{i\omega} E_a(\omega) = \frac{g\Psi}{-\omega^2} E_v(\omega) \quad (17)$$

と表せることがわかる。CMG40T 地震計が傾斜変化を受けた場合の周波数応答関数  $C_T(\omega)$  についても (17) 式の関係が使えるので、(8) 式を用いて

$$C_T(\omega) = \frac{g\Psi}{-\omega^2} C_v(\omega) \quad (18)$$

と表すことができる。この (18) 式は、Rodgers (1968) が求めた変位周波数応答関数とインパルスの傾斜入力に対する応答関数の比に対応する表現である (Rodgers, 1968 の (72) 式)。

(18) 式において  $\Psi = 1 \text{ rad}$  とした単位傾斜変動量に対する応答関数の振幅特性は Fig. 3 のようになる。階段関数的な傾斜変動の入力に対しては、固有周波数よりも低周波側で平坦な振幅特性を示すことがわかる。Table 2 に示した零点と極の値に  $2\pi$  をかけて正規化したものを改めて  $z_p, p_k$  と表すことにし、(18) 式における  $\omega \rightarrow 0$  の極限を考えると、

$$\begin{aligned} C_T(\omega) \Big|_{\omega \rightarrow 0} &= \frac{gA(i\omega - z_1)(i\omega - z_2)(i\omega - z_3)}{-\omega^2(i\omega - p_1)(i\omega - p_2)(i\omega - p_3)} \Big|_{\omega \rightarrow 0} \\ &= \frac{gAz_3}{p_1 p_2 p_3} \end{aligned} \quad (19)$$

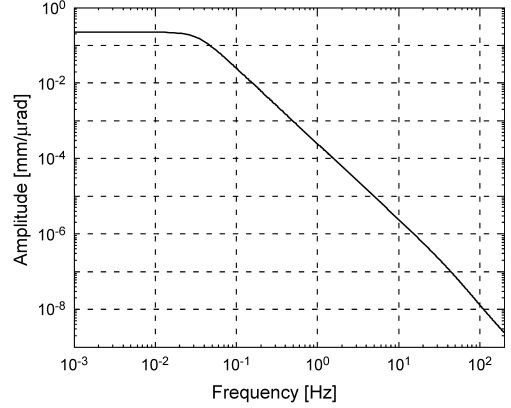


Fig. 3. Amplitude component of tilt response function of CMG40T.

となる。ここで  $A = -0.314$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  を代入すると、低周波の極限における値として

$$C_T(0) = 223 \text{ m/rad} = 0.223 \text{ mm/}\mu\text{rad}$$

が求められる。これは、 $1 \mu\text{rad}$  の傾斜変動が生じた場合に、CMG40T 地震計の波形には  $0.223 \text{ mm}$  の見かけ変位が現れることを意味する。以上の検討から、CMG40T 地震計の固有周波数よりも低周波の傾斜変動については、見かけ変位と傾斜変動量との間に  $0.223 \text{ mm/}\mu\text{rad}$  ( $= 4.48 \mu\text{rad/mm}$ ) で一定の変換係数が存在することが期待される。

## 5. CMG40T 地震計を用いた傾斜応答の簡易試験

実際の地震計の周波数応答を調べるには、地震計を様々な周波数帯域で揺らしてみるのが一番分かりやすい。しかしながら、Boroschek and Legrand (2006) の方法は特殊な機器 (6 自由度振動台) を必要とするものであり、一般的とは言えない。ここでは、多くの研究者が実行できるような、特殊な機器を用いない簡便な試験方法を提案する。前節で述べたように、地震計の出力周波数特性は周波数応答関数によって記述することができる。地震計に対して並進運動のインパルス加速度を入力して記録をとれば、そのフーリエ変換から加速度周波数応答関数が求められるはずであるし、瞬間的に生じる傾斜変動を入力して記録をとれば、傾斜に対する周波数応答関数が求められるはずである。

(18) 式の関係が実際の地震計で成り立っているかを調べるために、CMG40T 地震計と気泡型傾斜計を用いて簡単な試験を行った。試験の方法を Fig. 4 に示した。CMG40T 地震計と Applied Geomechanics 社製の 701-2 気泡型傾斜計を十分な厚さの金属板 (長さ  $30 \text{ cm} \times$  幅  $15$



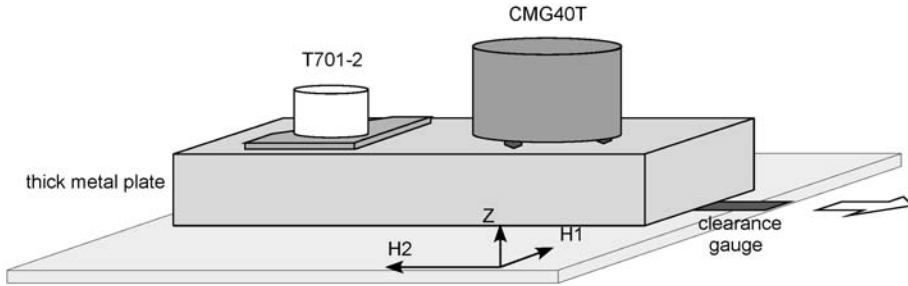


Fig. 4. Schematic representation of the simple experiment in this study.

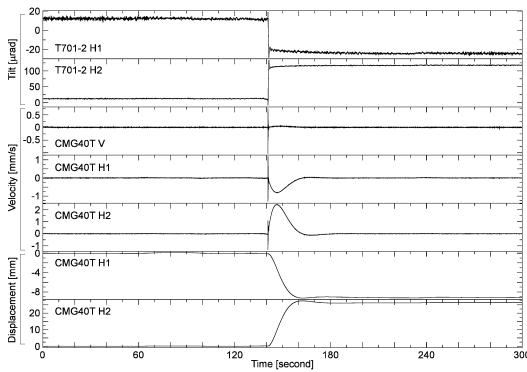


Fig. 5. Waveform examples of the tilting test.

First and second traces are output from the biaxial tiltmeter. Three traces in the middle are velocity outputs of CMG40T. Bottom two traces are displacements of horizontal components calculated from the velocity traces.

cm×厚さ 5 cm) に並べて載せ、金属板の下に挟んだ板を瞬時に抜く、あるいは金属板の近傍に静かに重りを置いて、十分短い時間で階段関数的な傾斜変動を発生させた。地震計と傾斜計の出力は白山工業製のデータロガー LS7000XT を用いて同時に記録した。地震計振子の軸と傾斜計の軸を一致するように置くことで、傾斜計の出力から傾斜変動量  $\psi_j$  を求めた。地震計は軸の正方向への速度入力があった場合に正の出力が得られるように結線し、傾斜計は軸の正方向が相対的に高くなった場合に正の出力が得られるように結線した。

Fig. 5 にこの試験で得られた波形記録の例（試験番号 0707131144）を示す。地震計と傾斜計の軸はそれぞれ H1, H2 の成分で一致している。傾斜計の記録から、この試験例では H1 軸の正方向が  $\psi_{H1} = 36.4 \mu\text{rad}$  下がり、H2 軸の正方向が  $\psi_{H2} = 104.4 \mu\text{rad}$  上がるような傾斜変化が入力されたことがわかる。この傾斜変化の発生にあわせて、地震計の水平成分の記録は大きな片揺れを始める。

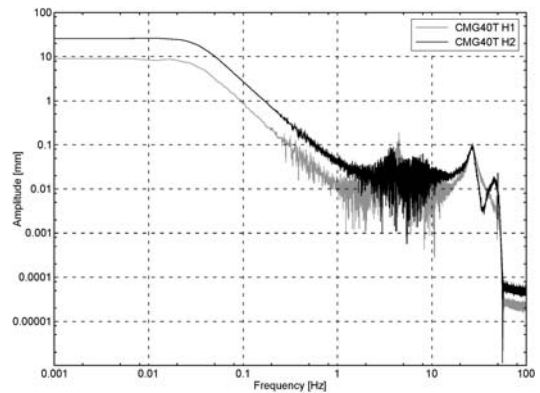


Fig. 6. Velocity amplitude spectra of two horizontal components of CMG40T.

H1 軸成分は軸の負方向への地動速度が入力されたように見え、H2 軸成分は軸の正方向への入力があったように見える。これらは地震計の傾動による水平成分振子の中立位置の変化で解釈できる。これらの地震計水平成分記録を積分すると、見かけ上大きな地動変位が生じたような波形が得られることになる。

Fig. 3 で予想された CMG40T 地震計の傾斜変動に対する応答特性を確認するために、試験で得られた水平成分記録の振幅スペクトルを求めて Fig. 6 に示した。どちらの成分も固有周波数の 0.033 Hz 付近より低周波側では一定の振幅応答を示し、高周波側では  $f^{-2}$  に比例する振幅応答となっている。試験地における背景ノイズの影響をさほど受けない 1 Hz 付近より低周波の成分に注目すると、Fig. 3 と非常によく似た特性を示していることがわかる。これより、(18) 式で期待された傾斜変動に対する振幅応答が、実際に地震計へ傾斜変動を入力した場合にも再現されることが確認された。

地震計の速度波形  $y(t)$  に現れる直流成分の振幅は、振幅スペクトル  $|Y(\omega)|$  の低周波の極限值  $|Y(0)|$  として求められる。Fig. 5 の試験例において傾斜変動によっ

Table 3. Results of the experiments.

No. of Exp.	CMG40T		T701-2						Ratio	
			H1(μradian)			H2(μradian)			(μrad/mm)	
	H1(mm)	H2(mm)	Before	After	Delta	Before	After	Delta	H1	H2
0707131032	68.4	49.3	401	74.5	-326.5	69.1	-135	-204.1	4.77	4.14
0707131110	14.1	6.04	13.8	-45	-58.8	24.5	0.727	-23.77	4.17	3.94
0707131120	18.4	8.96	76.3	-4.95	-81.25	86.5	50.0	-36.5	4.42	4.07
0707131134	71.4	92.7	-6.97	-303	-296	14.6	441	426.4	4.15	4.60
0707131144	9.07	26	12.3	-24.1	-36.4	12.6	117	104.4	4.01	4.02
0707131224*	186	112	2.69	843	840.31	60.5	-407	-467.5	4.52	4.17
0707131245	82.1	55.8	11.7	389	377.3	-17.6	-248	-230.4	4.60	4.13
0707131255	84.5	56.6	-4.7	-362	-357.3	7.01	263	255.99	4.23	4.52
Average									4.36	4.20

て現れた直流成分の振幅は、成分 H1 で  $|Y_{H1}(0)| = 9.07$  mm, 成分 H2 で  $|Y_{H2}(0)| = 26.0$  mm であった。これらの値の比をとると  $|Y_{H1}(0)|/|Y_{H2}(0)| = 0.35$  が得られ、傾斜計でとらえられた傾斜変動量の比  $|\Psi_{H1}|/|\Psi_{H2}| = 0.35$  とよく一致する。これは地震計の直流成分の振幅が傾斜変動量と比例することを示しており、前の理論的検討から予測されたとおり、傾斜変動量  $\Psi$  と地震計記録の見かけ変位  $d$  の間にある定数で表される変換係数が存在することを示唆する。この試験例では、H1 成分について  $\Psi_{H1}/d_{H1} = 4.01 \mu\text{rad}/\text{mm}$ , H2 成分について  $\Psi_{H1}/d_{H1} = 4.02 \mu\text{rad}/\text{mm}$  という値が得られる。直流成分の変換係数が傾斜変動量と独立な定数と見なせることを確認するため、ステップ的な傾斜変動を入力する試験を複数回行った。他の試験例についての値もまとめると、Table 3 のようになる。この CMG40T 地震計では平均して  $\Psi/d = 4.3 \mu\text{rad}/\text{mm}$  程度となり、理論から予測された値の  $4.48 \mu\text{rad}/\text{mm}$  と近い値になっていることが確認された。

これらの試験の中で、試験番号 0707131224 ではゆっくりと重りを試験台に載せることで、階段関数的な傾斜変動ではなく、適当な時間関数を持たせる傾斜変動を与えてみた。Fig. 7 は試験番号 0707131224 で得られた波形である。傾斜計の記録から、およそ 70 秒の時間をかけて傾斜量が増加したことがわかる。この試験のように任意の傾斜変化を入力した場合であっても、低周波の極限における地震波形の振幅スペクトル値と傾斜変動量との比の値は、階段関数的な傾斜変動があった場合と同じになることがわかる (Table 3)。

Appendix に記したように、本試験で用いた傾斜計の傾斜入力に対する出力の周波数応答関数は、

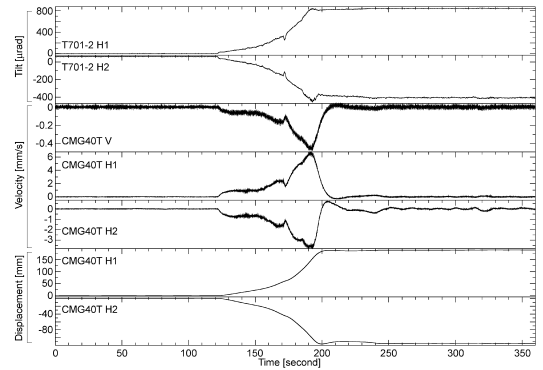


Fig. 7. Same figure to Fig. 5. Experiment number is 0707131224, which is a case of longer rise time.

$$W_T(\omega) = \frac{-\Psi}{i\omega(\omega_0^2 + 2i\omega_0 h\omega - \omega^2)} \quad (20)$$

と表される。ここで、傾斜計と地震計の固有周波数よりも十分低周波の入力に注目すれば、

$$W_T(\omega) \propto \frac{-\Psi}{i\omega} \quad (at \omega \ll \omega_0) \quad (21)$$

$$C_T(\omega) \propto -g\Psi \quad (at \omega \ll \omega_0) \quad (22)$$

であるから、

$$C_T(\omega) \propto i\omega W_T(\omega) \quad (at \omega \ll \omega_0) \quad (23)$$

という関係が成り立つことが期待される。これを時間領域で考えれば、傾斜計出力  $w(t)$  の時間変化率が CMG40T 地震計の出力  $y(t)$  に比例することに対応し、

$$\frac{dw(t)}{dt} \propto y(t) \quad (24)$$

と表せる。この両辺を積分することにより、傾斜計出力が地震計の見かけ変位波形  $d(t)$  と比例するという関係

$$w(t) \propto d(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau \quad (25)$$

が得られる。ゆっくりとした傾斜変動の例である Fig. 7 では、傾斜計の出力と CMG40T 地震計の見かけ変位が良く似た波形を示しており、式 (25) で期待される関係が実際の計測器の出力においても成り立つことを示唆している。この関係を認めれば、固有周波数より十分に低周波の信号に対しては、CMG40T 地震計の見かけ変位と傾斜変動量の比例関係が成り立つので、変換係数を  $N$  とすれば、 $f \ll f_0$  において、

$$w(t) = Nd(t) \quad (26)$$

と表せる。本研究での検討結果は、(26) 式の変換係数  $N$  が

$$N = \frac{P_1 P_2 P_3}{g A z_3} \approx 4.48 \mu\text{rad/mm} \quad (27)$$

となることを示している。

ここまでは地震計の固有周波数よりも低周波の信号を考え、振幅成分のみに注目して議論を進めてきた。しかし実際には、傾斜変動量と見かけ変位量の変換係数は振幅と位相が周波数に依存して変化する関数として表される。(11)~(13) 式に示した振子の運動方程式からも分かるように、一般に傾斜変動が水平振子に与える影響は加速度と等価である。それゆえ、地震計が並進運動の速度応答として平坦な出力特性を持つ周波数帯域では、見かけ加速度の時間関数が傾斜の時間変化に比例する(例えば、Wielandt and Forbriger, 1999)。一方、本研究で求めた変換係数は見かけ変位と傾斜変動量の比例関係を示している。この相違は、地震計の長周期側のカットオフ周波数を決めている極の数に関係している。CMG40T 地震計では 0.033 Hz のところに 2 つの極があるため、それより高周波側では見かけ加速度の時間関数が傾斜の時間変化に比例し、低周波側では見かけ変位の時間関数が傾斜の時間変化に比例するという関係が成立する。地震計が平坦な特性を持つ帯域での傾斜応答試験は、コントロールされた周期的な傾斜変動の入力が難しいため本研究では実施しなかった。しかし上に述べた関係が成り立っていることは、ステップ傾斜を入力した際の速度振幅スペクトルの傾きが 0.033 Hz を境に高周波側で  $f^{-2}$  に比例する関数となっている (Fig. 6) ことで確認されたこと

によってよい。傾斜変動が観測波形に及ぼす影響を定量的に検討する場合には、見かけの並進成分と傾斜成分との変換係数もつこのような周波数依存性に注意しなければならない。

## 6. 観測点近傍においてゆっくりとした体積変化が生じた場合の波形

活動的な火山の近傍における広帯域地震計による観測では、並進運動による変位だけではなく、傾斜による変動も地震波形としてとらえられる可能性がある。ここでは火山活動に伴う現象の一例として、震央距離  $r=2000$  m、震源深さ  $D=1000$  m の位置において等方的な体積変化がゆっくりと生じた場合を考え、この現象を地表の観測点に設置された CMG40T 地震計がとらえた場合に期待される波形について検討する。

等方的な体積膨脹  $\Delta V$  によって生じる観測点での動径方向の地動変位量は

$$u_r = \frac{3}{4} \frac{r}{\pi(D^2 + r^2)^{1.5}} \Delta V \quad (28)$$

と表され、傾斜変動量は

$$\Psi = \frac{9}{4} \frac{Dr}{\pi(D^2 + r^2)^{2.5}} \Delta V \quad (29)$$

と表される(例えば、山科, 1986)。震源での体積変化量を  $\Delta V = 10^4 \text{ m}^3$  と仮定すれば、観測点で期待される傾斜変動量  $\Psi$  は  $-0.256 \mu\text{rad}$ 、並進変位量  $u_r$  は  $0.427 \text{ mm}$  である。等方的な膨脹変動であるから、震源方向が隆起する傾斜変動と、震源から遠ざかる方向への並進運動が生じる。先に見積もられた傾斜変動量と見かけ変位量の変換係数  $4.48 \mu\text{rad/mm}$  を用いると、CMG40T 地震計の記録に表れる見かけ変位量  $u_r'$  は  $-0.057 \text{ mm}$  となる。

ここでは例として、地震計の固有周波数より低周波の変動として継続時間 60 秒の時間関数、地震計の固有周波数とほぼ同じ周波数の変動として継続時間 30 秒の時間関数、地震計の固有周波数より高周波の変動として継続時間 10 秒の時間関数を用意し、模擬地震波形を作成した (Fig. 8)。変動の時間関数は、関数の不連続性を避けるため適当なパルス幅を持つガウス関数とした。継続時間 60 秒の例 (Fig. 8a) について手順を述べる。上で述べた傾斜変動量と並進変位量から、観測点で期待される傾斜変動と地動変位の時間関数は Fig. 8a の C と D のような形状となる。傾斜変動による見かけ地動変位は、CMG40T 地震計の特性により (18) 式で表される増幅効果と位相変化を受けるので Fig. 8a の E のようになり、その時間微分として Fig. 8a の G に示した見かけ速度波



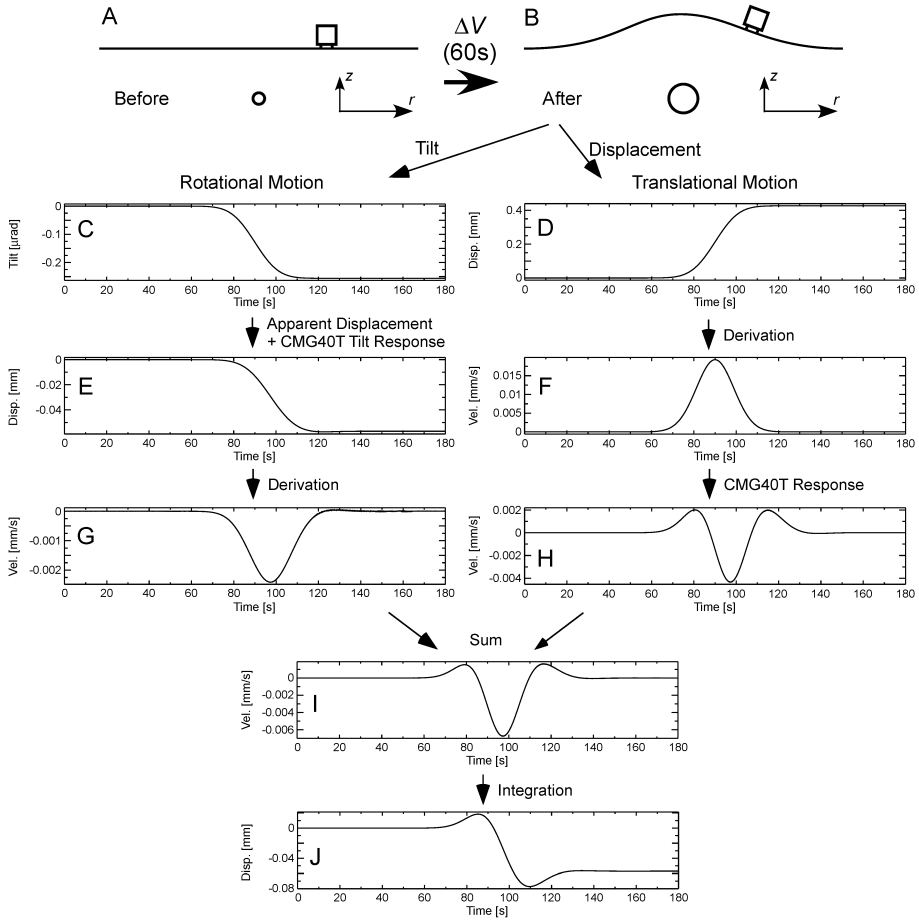


Fig. 8 (a). Calculated waveforms at each step of simulating procedure. This is the case for signal duration of 60 seconds. A and B are schematics of isotropic volume change and associated deformation. C and D are expected tilt change and translational displacement, respectively. E is apparent displacement trace due to tilt change. Tilt response of CMG40T is convolved. F is velocity trace derived from translational displacement. G is apparent velocity trace due to tilt change. H is translational velocity filtered by CMG40T response. I is combined velocity seismogram that will be output from CMG40T, and J is displacement seismogram.

形が得られる。一方、並進運動による地動速度は Fig. 8a の F で表され、この運動が CMG40T 地震計でとらえられると、(8) 式で表される地震計の応答関数が掛け合わされて Fig. 8a の H のような速度波形となる。傾斜変動と並進運動の効果が足し合わされた地震計の速度出力は Fig. 8a の I となるので、その積分から Fig. 8a の J のような変位波形が得られる。

Fig. 8a の G と H の比較から、継続時間 60 秒の時間関数をもつ傾斜変動による効果は、地動速度換算で並進運動の 0.6 倍程度の大きさとなることが分かる。継続時

間 30 秒の変動を仮定した Fig. 8b では、傾斜変動による効果は並進運動の 0.3 倍程度となり、10 秒の変動である Fig. 8c では 0.1 倍程度となる。このように、入力される変動の周波数が地震計の固有周波数に比べて低くなればなるほど、傾斜変動による効果は相対的に大きく現れる。また、地震計の固有周波数に近い変動を取り扱う場合、波形解析から体積変化によるモーメント解放量を求めると、傾斜変動の効果が加わるため本来よりも若干大きな値が見積もられることも考えられる。

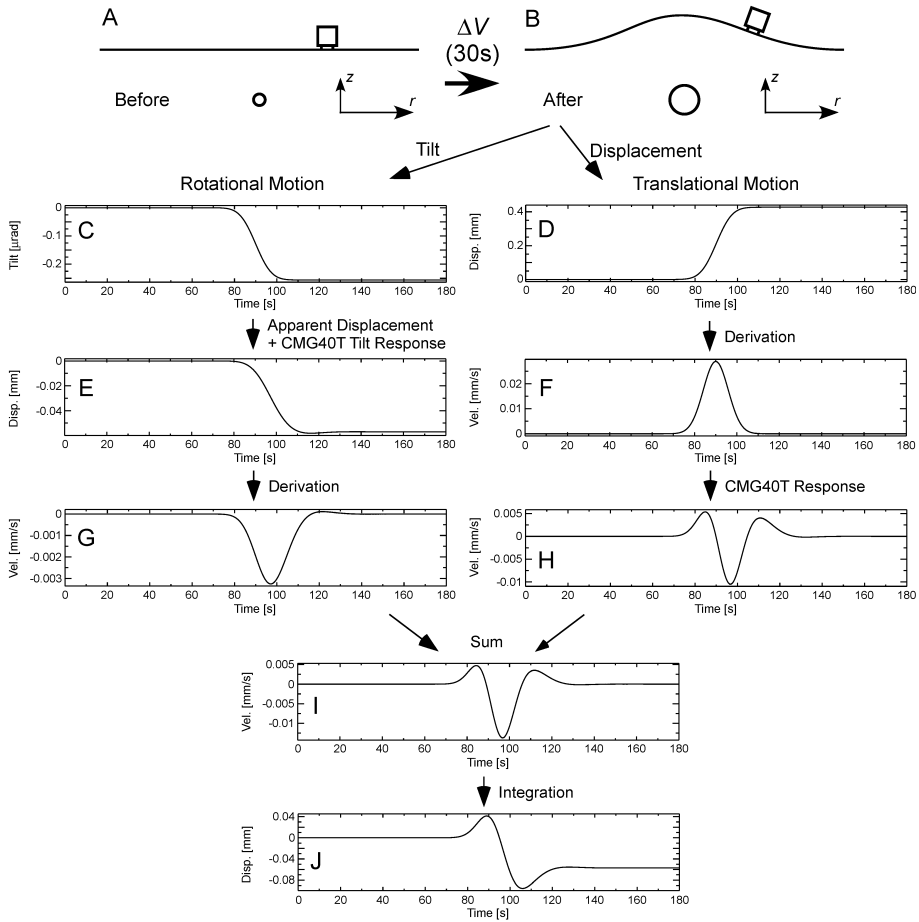


Fig. 8 (b). Same to Fig 8a. Signal duration is 30 seconds.

## 7. まとめ

本報告では、近年の火山地震学的な観測研究においてフィールドに持ち出される機会の多いCMG40T地震計について、傾斜変動による応答特性を簡単に調べる方法を述べた。本報告で示した理論的考察および簡単な試験から、CMG40T地震計の速度波形記録に含まれる直流成分は、最終的な傾斜変動量に比例することが確かめられた。また、純粋に傾斜変動が卓越する場合には、十分低周波の変動だけに注目すると傾斜計の示す時間変動とCMG40T地震計の見かけ変位が比例することも分かった。すなわち適当な変換係数が求められれば、地震波形の見かけ変位から傾斜変動量を推定できることになる。

これは観測項目が限られる場合において、有効な情報を得るための1つの方法と言えよう。

しかしながら、並進運動と傾斜変動が同時に起こった場合には、地震計の記録に両者の影響が重なって現れる。地下でゆっくりとした等方的な変動が生じた場合に期待される地震波形を検討したところ、傾斜変動の効果も加味して地震波形を解釈しなければならない場合のあることが分かった。傾斜変動の効果を加味した解析については、今後検討していきたい。また広く観測に使用されている他の速度型地震計について検討を進めていくことも必要であろう。

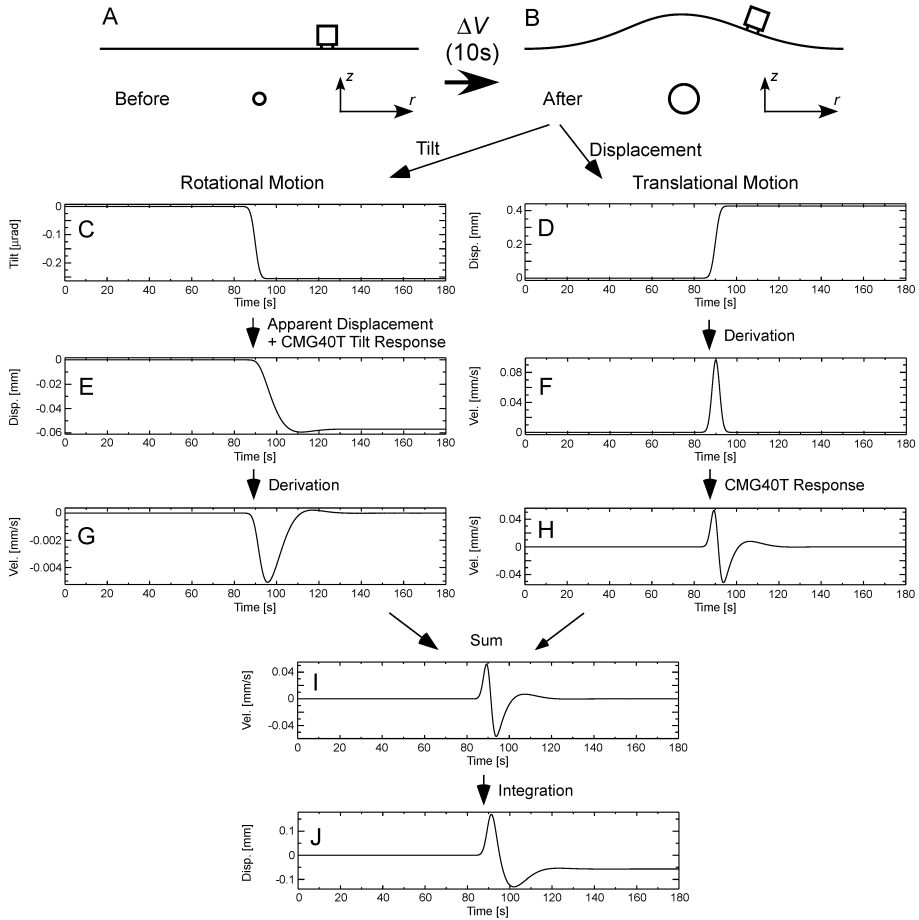


Fig. 8 (c). Same to Fig. 8a. Signal duration is 10 seconds.

謝 辞

北大地震火山センターの岡山宗夫氏には、地震計の試験を行う上でご支援をいただきました。また編集委員の筒井智樹氏および2名の匿名査読者から、本原稿を修正する上で非常に参考となるご意見をいただきました。記して感謝いたします。

引用文献

Aki, K. and Richards, P.G. (2002) **Quantitative seismology**, Second Eds., University Science Books, 700p.  
 Aster, R., Mah, S., Kyle, P., McIntosh, W., Dunbar, W., Johnson, J., Ruiz, M. and McNamara, S. (2003) Very long period oscillations of Mount Erebus Volcano, *J. Geophys. Res.*, **108**, 2522, doi: 10.1029/2002JB002101.  
 Boroschek, R.L. and Legrand, D. (2006) Tilt motion

effects on the double-time integration of linear accelerometers: an experimental approach. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **96**, 2072–2089.

Bouchon, M. and Aki, K. (1982) Strain, tilt, and rotation associated with strong ground motion in the vicinity of earthquakes faults. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 1717–1738.  
 Chouet, B., Dawson, P., Ohminato, T., Martini, M., Saccorotti, G., Giudicepietro, F., De Luca, G., Milana, G. and Scarpa R. (2003) Source mechanisms of explosions at Stromboli Volcano, Italy, determined from moment-tensor inversions of very-long-period data. *J. Geophys. Res.*, **108**, 2019, doi: 10.1029/2002JB001919.  
 Graizer, V.M. (1979) Determination of the true ground displacement by using strong motion records. *Izv. USSR Acad. Sci., Physics Solid Earth*, **15**, 875–885.  
 Havskov, J. and Alguacil, G. (2004) Instrumentation in earthquake seismology. *Modern approaches in geophys-*

- ics, 22, Springer, 358p.
- Graizer, V.M. (1989) On inertial seismometry. *Izv. USSR Acad. Sci., Physics Solid Earth*, **25**, 26–29.
- Graizer, V.M. (1991) Inertial seismometry methods. *Izv. USSR Acad. Sci., Physics Solid Earth*, **27**, 51–61.
- Graizer, V. (2006) Tilts in strong ground motion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **96**, 2090–2102.
- Rodgers, P.W. (1968) The response of the horizontal pendulum seismometer to Rayleigh and Love waves, tilt, and free oscillations of the earth. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58**, 1384–1406.
- Usher, M.J., Burch, R.F. and Guralp, C. (1979) Wide-band feedback seismometers. *Phys. Earth Planet. Int.*, **18**, 38–50.
- Wielandt, E. and Forbriger, T. (1999) Near-field seismic displacement and tilt associated with the explosive activity of Stromboli. *Ann. Geofis.*, **42**, 407–416.
- Wiens, D.A., Pozgay, S.H., Shore, P.J., Sauter, A.W. and White, R.A. (2005) Tilt recorded by a portable broadband seismograph: the 2003 eruption of Anatahan Volcano, Mariana Islands. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L18305, doi: 10.1029/2005GL023369.
- 山科健一郎 (1986) 応力場と火山噴火. 火山, **30**, S101–S119.

#### Appendix: 気泡型傾斜計の周波数応答関数

本試験で用いた傾斜計は Applied Geomechanics 社製の気泡型センサーである。この傾斜計は、上面が凸になった管の中に粘性流体と小さな気泡を封じ込めたセンサーを内蔵し、管内の気泡の位置に応じた電圧を出力する。機器に添付された検定表によると、センサーは傾斜量に比例した電圧を出力することから、気泡管の形状は

上面が凸になった円弧の一部と仮定でき、管内の気泡は鉛直上向きに一定の浮力を受けながら円弧に沿って運動するものと考えられる。この気泡の運動は鉛直下向きに一定の重力を受ける単振り子の運動と同じ形の方程式で表現できるので、傾斜計で測定する微小な変動の範囲であれば振り子の微小線形振動と同じように扱うことができる。

傾斜計内の気泡の自由振動の固有周波数を  $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ 、粘性による減衰定数を  $h$  とし、角度  $\Psi$  のステップ的な傾斜変動が生じたとすれば、気泡の運動は次のような運動方程式で表される。

$$\ddot{z} + 2\omega_0 h \dot{z} + \omega_0^2 z = -\Psi H(t) \quad (\text{A1})$$

ここで  $z(t)$  は管内での気泡の相対位置を表す。この方程式は (14) 式と同じであるから、周波数応答関数は (15) 式と同様に

$$W_T(\omega) = \frac{-\Psi}{i\omega(\omega_0^2 + 2i\omega_0 h\omega - \omega^2)} \quad (\text{A2})$$

となる。すなわち、固有周波数よりも十分低周波側では、 $f^{-1}$  に比例した振幅特性を示すことがわかる。本試験で用いた傾斜計の取扱説明書では、減衰定数は記されていないが、固有周波数は  $f_0 = 3.2 \text{ Hz}$  と与えられている。よって、この  $f_0$  に比べて十分低周波の傾斜入力については、 $f^{-1}$  に比例した振幅特性を示すと考えて良い。

(編集担当 筒井智樹)